

УДК 681.5.015

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ РАДИОФИЗИЧЕСКОГО УСТРОЙСТВА НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФРАКТАЛЬНОГО ШУМОВОГО ТЕСТ-СИГНАЛА

Соломаха Г.М.

Кафедра математической статистики и системного анализа

---

*Поступила в редакцию 27.02.2009, после переработки 02.06.2009.*

---

Разработаны новые алгоритмы идентификации и прогнозирования состояния радиофизического устройства (РФУ) на основе оценки показателя Харста фрактального коррелированного шумового тест-сигнала конечной длительности, подаваемого на вход устройства в процессе его реальной работы при выполнении требования не нарушения штатного режима функционирования.

In this article new algorithms of the decision of a problem of identification and forecasting of a state of the radio physical apparatus on the basis of an estimation of Harst's parameter input correlated fractal noise test-signal with finite duration are elaborated.

**Ключевые слова:** алгоритмы идентификации и прогнозирования, радиофизическое устройство, показатель Харста, тест-сигнал.

**Keywords:** algorithms of identification and forecasting, radio physical apparatus, Harst's parameter, test-signal.

### 1. Введение

Известно, что для оценки текущего состояния динамических систем, объектов необходимо знать характеристики, описывающие свойства преобразований входных сигналов в выходные, и что определение характеристик составляет самостоятельную задачу. Ее решение осуществляется при проведении функционального контроля систем и объектов либо с применением специальных контрольно-измерительных средств, либо автоматически по специальным программам, не нарушая штатного режима работы контролируемых систем, объектов. Последний вид контроля широко распространен.

Так, в [1] такие задачи решаются в обязательном порядке периодически по времени либо по команде оператора радиолокационной станции (РЛС). На гражданских судовых РЛС предусматриваются средства контроля их параметров, позволяющих оценивать показатели качества работы приемников, передатчиков, антенн и РЛС в целом; для этого применяются имитаторы эхо-сигналов и специальных сигналов [2]. В [3] разработаны функционально-статистические методы контроля показателей динамических процессов систем с целью правильного определения их

текущего состояния и предсказания на заданный момент времени. Для этого имитируются входные сигналы с различными параметрами в том числе и случайными, фиксируются данные о реакции систем на такие входные воздействия, затем они обрабатываются оптимальными методами и принимаются соответствующие решения. В [4] разработаны методы контроля и диагностики объемных гидropередач и гидроприводов посредством имитации входных случайных и псевдослучайных воздействий и определения импульсных весовых и передаточных функций непосредственно перед включением их в штатный режим работы. В результате повышаются показатели надежности, готовности и безопасности контролируемых систем и объектов, а также экономический эффект от их эксплуатации. В [5] наряду с утверждением о необходимости функционального диагностирования обосновываются достаточные условия. Однако механизмы их реализации в виде конкретных методов контроля не приводятся – они должны разрабатываться специально для каждого технического объекта. В качестве разработок таких методов назовем здесь [6]–[11], где одно из ключевых мест отводится разработке специальных тестовых сигналов и алгоритмов оценки их параметров. При этом отметим, что алгоритмы принципиально реализуют только статистические методы оценки параметров, и соответствующие задачи оценивания относятся к классу задач идентификации [12]; такие задачи были и остаются актуальными [6,8,12-17], особенно, для реальных условий функционирования РФУ.

В статье излагаются методы и алгоритмы компьютерного решения задачи идентификации и прогнозирования состояния РФУ, например, типа приемного устройства РЛС или канала передачи информации на основе оценивания искажений специально передаваемого по устройству фрактального коррелированного шумового тестового сигнала с параметром автомодельности  $H$  (показателем Харста).

## 2. Постановка задачи

Возьмем в качестве тестового сигнала гауссовский процесс с коррелированными стационарными приращениями, нулевым средним и автоковариационной функцией

$$A(t, s; H) = 0.5\sigma^2\{|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t - s|^{2H}\}, \quad t \geq s, \quad (1)$$

где  $\sigma^2$  – вариация нормального шума. При  $\sigma^2 = 1$  имеет место стандартное фрактальное броуновское движение с показателем  $H$  из промежутка  $(0, 1]$ .

Длительность тест-сигнала определяется априори как минимальная при требованиях по выполнению условия наблюдаемости [12,18], покрытию частотным спектром сигнала полосы пропускания частот РФУ и по сохранению чувствительности критерия идентификации к изменению параметра в условиях воздействия на РФУ различного рода возмущений. Возмущения могут быть в виде аддитивной узкополосной или широкополосной помехи с априори неизвестными характеристиками от внешних источников или обуславливаться возможным переходом РФУ из штатного режима функционирования в другой, в том числе и нештатный. При этом каждому состоянию РФУ будет соответствовать свое значение параметра.

Такой тест-сигнал не зависит от внутреннего шума контролируемого устройства, обладает свойствами быть постоянно возбуждающим [19] и иметь наиболь-

шую базу (произведение длительности на ширину спектра) по сравнению с известными другими тест-сигналами [13,15-17], а значит, и наибольшую чувствительность к различным воздействиям. Подобное имеет место в радиолокации при применении шумоподобных сигналов [20]. Огибающая сигнала – прямоугольная и собственно сигнал – переносчик информации.

Относительно характеристик и времени возникновения возможных возмущений априорных данных не имеется, поэтому собственно идентификация составляет статистическую задачу распознавания текущего состояния РФУ в условиях неопределенности как сложной гипотезы ( $0 < H \leq 1$ ) при простой альтернативе ( $H = H_0$ ).  $H_0$  является параметром заданного входного в РФУ фрактального тест-сигнала.

Параметр сложной гипотезы оценивается в процессе идентификации РФУ. Из (3) видно, что оцененному параметру будет соответствовать своя автокорреляционная функция. При этом по полученной на промежутке  $[t - M, t]$  выборке  $X_t = \{x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-M}\}$  измеренных значений сигнала на выходе РФУ становится возможным и решение задачи прогнозирования его состояния на заданный момент времени, где  $M$ - память алгоритма,  $t$ - текущий момент времени.

Правило совместного нахождения оценки  $H^*$  параметра  $H$  на момент  $t$  и определения момента  $\tau$  выхода РФУ из штатного режима при априорной неопределенности представляется выражениями вида

$$\tau = \min\{t : (L(X_t) \geq \pi(\alpha))\}, \quad (2)$$

$$H^* = \arg \max_{0 < H \leq 1} P(x_\tau, x_{\tau-1}, x_{\tau-2}, \dots, x_{\tau-M}; H) \quad (3)$$

где

$$L(X_t) = \frac{\max_{0 < H \leq 1} p(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H)}{p(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H_0)}, \quad (4)$$

$\pi(\alpha)$  - пороговый уровень, устанавливаемый по допустимой вероятности ложного решения:  $H \neq H_0$ ;

$p(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H)$  - функция правдоподобия гипотезы, удовлетворяющая условиям регулярности [21], это выходной эффект контролируемого устройства; причем

$$p(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H) = p(x_t/x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H) \times \\ \times p(x_{t-1}/x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H) p(x_{t-2}/x_{t-3}, \dots, x_{t-M}; H) \cdots p(x_{t-M}; H).$$

Цель статьи заключается в разработке алгоритмов оценивания текущего состояния РФУ и прогнозирования его состояния на основе использования фрактального шумового тест-сигнала.

В известных традиционных методах и алгоритмах решения задач контроля функционирования технических систем фрактальный шумовой тест-сигнал не применялся [1,4,12,13,16,17]. Это обстоятельство обуславливает новизну предлагаемого подхода.

### 3. Алгоритм идентификации состояний РФУ

В основу алгоритма примем выражение (4), в котором пороговый уровень достоверности принятия решения об изменении значения  $H$  устанавливается по плотности закона распределения вероятности  $\varphi(L(X_t)/H_0)$  статистики  $L(X_t)$  в (4).

В развернутом виде выражение (4) при выборке измерений объема  $(M + 1)$ , полученной на скользящем интервале времени  $[t - M, t]$ , запишем так

$$\frac{\max_{0 < H \leq 1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{M+1} \det K_X(t, s; H)}} \exp\{-\frac{1}{2} X_t^T K_X^{-1}(t, s; H) X_t\}}{\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{M+1} \det K_X(t, s; H_0)}} \exp\{-\frac{1}{2} X_t^T K_X^{-1}(t, s; H_0) X_t\}}}, \quad (5)$$

где -  $X_t = \{x_s\}_{s=t-M}^t$  - выборка, а

$$-x_s = \theta v(s) + \zeta(s) + n(s) \quad - \quad (6)$$

уравнение наблюдения (измерения), это отсчеты в моменты времени  $s \in [t - M, t]$ , они представляют реализации аддитивной смеси независимых гауссового некоррелированного шума -  $n(s)$  с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2$ , фрактального броуновского коррелированного шумового тест-сигнала  $\zeta(s)$  с автокорреляционной функцией (3) и случайного по времени возникновения нефлуктуирующего воздействия  $v(s)$  с априори неизвестными характеристиками, если  $\theta = 1$  (при  $\theta = 0$  воздействие отсутствует).

- функция правдоподобия в числителе сформирована в результате композиции законов распределения вероятностей гауссового некоррелированного шума  $n(s)$ , для него  $H = 0,5$  [19], и фрактального броуновского коррелированного шумового тест-сигнала  $\zeta(s)$  с параметром  $0 < H \leq 1$ ,  $H \neq 0,5$ , а в знаменателе - с параметром  $H = H_0$ ; причем значение  $H$  в числителе, подлежащее оценке, будет зависеть от характеристик нефлуктуирующего воздействия при  $\theta = 1$  и, естественно, совпадать с  $H_0$  при  $\theta = 0$ ,

$$-K_X(t, s; H) = I_{nn}(t, s) + A_X(t, s; H) + \theta B_v(t, s),$$

$$K_X(t, s; H_0) = I_{nn}(t, s) + A_X(t, s; H_0), \quad (7)$$

в этих выражениях  $I_{nn}(t, s)$ - диагональная ковариационная матрица  $\delta$ -коррелированного шума  $n(s)$ ,  $A_X(t, s; H)$ -автоковариационная матрица приращений фрактального броуновского шума (см.(3)) для каждого  $H$  (в числителе из интервала  $0 < H \leq 1$ , в знаменателе  $H = H_0$ ),  $B_v(t, s)$ - ковариационная матрица нефлуктуирующего воздействия на РФУ.

Отметим здесь следующие важные обстоятельства:

- вычисление

$$\max_{0 < H \leq 1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{M+1} \det K_X(t, s; H)}} \exp\{-\frac{1}{2} X_t^T K_X^{-1}(t, s; H) X_t\}$$

в (4) посредством взятия производной по  $H$  от выражения под знаком  $\max$  практически не представляется выполнимым из-за нелинейной зависимости  $A_X(t, s; H)$  от  $H$  и априорной неопределенности относительно параметров  $B_v(t, s)$ ;

- выполнение требования по своевременному обнаружению возможного изменения значения параметра  $H$  из-за возмущающего воздействия можно обеспечить

реализацией (4)-(4) при скользящем временном окне  $[t - M, t]$  только по классической, а не по рекуррентной схеме.

Докажем второе утверждение. Для этого запишем функцию правдоподобия в выражении (4) в виде

$$p(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H) = \\ = p(x_t/x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H)p(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H)$$

и представим обратную ковариационную матрицу

$$K_X^{-1}(t, s; H) = [I_{nn}(t, s) + A_X(t, s; H)]^{-1}$$

$$\text{блочной } B(t, s; H) = \begin{pmatrix} B_1(H) & B(H) \\ B^T(H) & B_2(H) \end{pmatrix},$$

где  $B_1(H)$ - матрица  $(t-1) \times (t-1)$ ,  $B(H)$ - вектор столбец  $(t-1) \times 1$ ,  $B^T(H)$ - вектор строка  $1 \times (t-1)$ ,  $B_2(H) = b_{tt}$ - элемент матрицы  $K_X^{-1}(t, s; H)$ , а вектор измеренных на момент времени  $t$  данных - в виде  $X_t = (X_{t-1}, x_t)$ ,  $X_{t-1} = (x_{t-M}, x_{t-M+1}, \dots, x_{t-1})$ . При этом функция правдоподобия, например, в числителе (6) примет вид

$$P(X_t/H) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{M+1} \det K(t, s; H)}} \exp\left\{-\frac{1}{2}X_{t-1}B_1(H)X_{t-1}^T\right\} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{1}{2}[2x_tB^T(H)X_{t-1}^T + B_2(H)x_t^2]\right\}.$$

Воспользовавшись соотношением  $P(X_t/H) = P(X_{t-1}/H)P(x_t/X_{t-1}; H)$ , запишем выражение для  $P(x_t/X_{t-1}; H)$  функции правдоподобия получения измерения отсчета  $x_t$  при условии  $X_{t-1}$  и значении показателя Харста  $H$ ; имеем

$$P(x_t/X_{t-1}; H) = \\ = \frac{1}{\sqrt{(2\pi) \det B_1(H) \det K(t, s; H)}} \exp\left\{-\frac{1}{2}[2x_tB^T(H)X_{t-1}^T + B_2(H)x_t^2]\right\}.$$

Заметим, что при скользящем временном окне  $[t - M, t]$  получения вектора отсчетов  $X_t = (X_{t-1}, x_t)$  обновляется как  $x_t$ , так и  $X_{t-1}$ , поэтому на каждом текущем положении окна  $[t - M, t]$  требуется вычислять значения функций правдоподобия  $P(X_{t-1}/H)$  и  $P(x_t/X_{t-1}; H)$ . В связи с этим применение рекуррентной схемы вычисления статистики  $\ln L(X_t)$  оказывается невозможным. Дополнительно отметим, что если формирование вектора наблюдений  $X_t$  не связывать со скользящим временным окном и реализовывать правило (4)-(4) по рекуррентной схеме, то при коррелированности наблюдений становится необходимым хранение и использование всей их совокупности, что, в свою очередь, приведет к необходимости увеличения размерности матрицы  $K_X(t, s; H)$  и объема промежуточных вычислений.

Поскольку поиск максимума в числителе (6) аналитическим путем связан с вычислительными трудностями, разобьем сложную гипотезу на  $n$  простых так, что каждая из них будет определяться своим параметром  $H_k$  из  $(0, 1]$  вида  $H_k = H_0 +$

$i \cdot \Delta H$ , где  $i \in Z \setminus \{0\}$ , а  $\Delta H$ - дискретность разбиения. Информация о воздействиях или их отсутствии содержится в выходном эффекте устройства, т.е.  $p(X_t; H), X_t = \{x_s\}_{s=t-M}^t$ , оценка  $H^*$  параметра  $H$  на момент  $t$  находится так

$$H^* = \arg \max_{H_k} \frac{1}{\sqrt{2\pi \det K_X(s, t; H_k)}} \exp\left\{-\frac{1}{2} X_t^T K_X^{-1}(t, s, H_k) X_t\right\},$$

после чего проверяется введенное правило

$$\tau = \min\{t : L(X_t) \geq \pi(\alpha)\},$$

где  $L(X_t) = \frac{p(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H^*)}{p(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-M}; H_0)}$ .

Так, выражение (6) при проверке альтернативной гипотезы с параметром  $H^* = H_k^*$  можно переписать после логарифмирования в виде

$$\ln \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{M+1} \det K_X(s, t; H_k^*)}} - \ln \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{M+1} \det K_X(s, t; H_0)}} - \frac{1}{2} X_t^T [K_X^{-1}(t, s, H_k^*) - K_X^{-1}(t, s, H_0)] X_t \geq \ln \pi(\alpha) \quad , \quad (8)$$

где  $K_X(t, s; H_k^*)$ ,  $K_X(t, s; H_0)$  – определены выражением (7).

Теперь для практического применения (7) необходимо определить значение  $\ln \pi(\alpha)$ , что возможно выполнить при известном законе распределения вероятностей статистики в левой части (7) при условии отсутствия каких-либо воздействий на РФУ. В связи с этим отметим, что первые два слагаемых в левой части выражения (7) – детерминированные величины (от  $X_t$  не зависят) – а третье – случайное и оно имеет центральное  $\chi_{M+1}^2$  – распределение с количеством степеней свободы, равным объему выборки  $(M + 1)$ . Поэтому пороговое значение  $\ln \pi(\alpha) = \ln \pi_{H_k^* H_0}(\alpha)$  для любого  $k$  вычисляется по выражению

$$\int_{\ln \pi(\alpha)}^{\infty} \varphi(L(X_t)/H_0) dL = \alpha,$$

где  $\varphi(L(X_t)/H_0) = \chi_{M+1}^2$  – плотность  $\chi$ -квадрат распределения статистики в левой части (7), которая при достаточно большом объеме выборки нормализуется,  $\ln \pi(\alpha)$  находится непосредственно по таблицам, составленным для различных  $\dim X_t$  и  $\alpha$  [22], в случае  $\chi_{M+1}^2$  и для различных  $\alpha$  – в случае нормальной плотности.

Рассмотренное решающее правило обладает важным свойством: оно несмещенное равномерно наиболее мощное [23] и по существу представляет согласованный фильтр по отношению к тест-сигналу с параметром  $H_0$ , а при его реализации очевидным образом устанавливается оценка параметра Харста в соответствующий текущий момент времени.

Итак, получен следующий результат: *в условиях, когда функции правдоподобия гипотез  $H_k, H_0$  удовлетворяют требованиям регулярности, выборка при текущем контроле РФУ формируется по случайному процессу, представляющемуся аддитивной смесью фрактального броуновского шума с показателем  $0 < H_0 \leq 1$ , внутреннего нормального шума с показателем  $H=0.5$  и нефлуктуирующего воздействия (случайного по времени возникновения) на контролируемое устройство*

существуют гарантированный несмещенный равномерно наиболее мощный критерий проверки  $n$  простых гипотез  $H_k$ , против альтернативы  $H_0$ , как критерий идентификации состояния РФУ с одновременной оценкой значения показателя Харста  $H$  фрактального тест-сигнала.

Таким образом, в целом алгоритм идентификации выполняет вычислительные операции по проверке в текущем времени критерия (7), пороговый уровень для которого  $\ln \pi(\alpha)$  определяются априори.

Чувствительность алгоритма идентификации  $\delta H$  определяется максимальным допустимым отклонением параметра Харста от значения  $H_0$  для штатных условий функционирования. Величину  $\delta H$  можно определить либо экспериментально, либо на основе моделирования (как в р.4). При этом при выполнении неравенства

$$|H^* - H_0| > \delta H \quad (9)$$

для текущего момента времени принимается решение о переходе РФУ в нештатный режим функционирования. Дискретность  $\Delta H$  при выборе разбиения промежутка  $(0, 1]$  должна быть увязана с величиной  $\delta$ , причем  $\Delta H$  не должна превышать  $\delta H$ , поскольку в противном случае алгоритм в соответствии с (8) не среагирует на выход РФУ из штатного режима работы.

#### 4. Алгоритм прогнозирования

Прогнозирование состояния РФУ будем осуществлять с использованием полиномов Чебышёва, ортогональных на дискретном множестве  $Q$  точек – моментов поступления  $H^*(t)$  – оценок показателя Харста фрактального тест-сигнала с выхода алгоритма распознавания – идентификации состояний РФУ ( $Q$  точек означает  $Q$  текущих положений скользящего отрезка времени  $[t - M, t]$ ). Обозначим эти моменты (точки) через  $t = -R, \dots, R$ , где  $R = (Q - 1)/2$ ,  $Q$  – нечетное число. Поэтому в основу метода прогнозирования принимаем описание изменения показателя Харста как реализации случайного процесса вида

$$H(t) = \sum_{\nu=0}^m b_{\nu} \varphi_{\nu}(t),$$

в  $m$ -мерном базисе полиномов Чебышёва, где  $b_{\nu}$  – неизвестные коэффициенты, вычисляемые из системы нормальных уравнений метода наименьших квадратов по оценкам показателя Харста, полученным в моменты времени  $t = -R, \dots, R$  (соответствующие формулы для их вычисления приведены ниже),

$\varphi_{\nu}(t)$  – полиномы Чебышёва – координатные функции.

Построение полиномов Чебышёва осуществим методом [24], положив  $\varphi_0(t) = 1$ . При этом каждый полином  $\varphi_{\nu}(t)$ ,  $\nu > 0$  записывается в виде линейной комбинации из всех ему предшествующих, например,

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= t + d_0 \varphi_0(t), & \varphi_2(t) &= t^2 + d_1 \varphi_1(t) + d_2 \varphi_0(t), \\ \varphi_3(t) &= t^3 + d_3 \varphi_2(t) + d_4 \varphi_1(t) + d_5 \varphi_0(t) \end{aligned}$$

с последующим вычислением коэффициентов  $d_0, d_1, \dots, d_5$  из условий ортогональности системы полиномов Чебышёва в каждой точке  $t = -R, \dots, R$ , то есть из условий:

$$\begin{aligned} \sum_{-R}^R \varphi_1(t) \varphi_0(t) &= 0, & \sum_{-R}^R \varphi_2(t) \varphi_1(t) &= 0, & \sum_{-R}^R \varphi_2(t) \varphi_0(t) &= 0, \\ \sum_{-R}^R \varphi_3(t) \varphi_2(t) &= 0, & \sum_{-R}^R \varphi_3(t) \varphi_1(t) &= 0, & \sum_{-R}^R \varphi_3(t) \varphi_0(t) &= 0, \end{aligned}$$

и т.д.

Примем  $m=4$ ; тогда базис будет состоять из следующих первых пяти ортонормированных полиномов:

$$\varphi_0(t) = 1, \quad \varphi_1(t) = t, \quad \varphi_2(t) = t^2 - d_2,$$

$$\varphi_3(t) = t^3 - d_3 t, \quad \varphi_4(t) = t^4 - d_4 t^2 - d_5, \quad t = -R, \dots, R, \quad R = (Q-1)/2,$$

где  $d_2 = j_2/Q$ ,  $j_2 = Q(Q^2 - 1)/12$ ,  $d_3 = j_4/j_2$ ,  $j_4 = Q(Q^2 - 1)(3Q^2 - 7)/240$ ,

$$d_4 = (j_6 - j_2 j_4/Q)(j_4 - j_2^2/Q), \quad d_5 = -d_2 d_4 + j_4/Q,$$

$$j_6 = Q(Q^2 - 1)(3Q^4 - 18Q^2 + 31)/1344.$$

Теперь показатель Харста аппроксимируем в базисе дискретных ортонормированных полиномов Чебышева выражением вида

$$H(t) = b_0 \varphi_0(t) + b_1 \varphi_1(t) + b_2 \varphi_2(t) + b_3 \varphi_3(t) + b_4 \varphi_4(t),$$

где неизвестные коэффициенты  $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4$ , с учетом ортогональности полиномов Чебышёва на дискретном множестве точек  $-R, \dots, R$ , вычисляются по формулам:

$$b_\nu = \left[ \sum_{t=-R}^R \varphi_\nu(t) H^*(t) \right] / N_\nu, \quad \nu = 0, 1, 2, 3, 4,$$

где  $H^*(t)$  — оценка показателя Харста, вычисленная в  $t$ -й текущий момент времени,

$$N_0 = Q; \quad N_1 = j_2, \quad N_2 = j_4 - j_2^2/Q, \quad N_3 = j_6 - 2d_3 j_4 + d_3^2 j_2,$$

$$N_4 = j_8 + d_4^2 j_4 + d_5^2 Q - 2d_4 j_6 - 2d_5 j_4 + 2d_4 d_5 j_2,$$

$$j_8 = Q(Q^2 - 1)(5Q^6 - 55Q^4 + 239Q^2 - 381)/11520.$$

Прогнозированное значение показателя Харста на момент времени  $(R+l)$  осуществляется по формуле



$$H^*(R+l) = \sum_{\nu=0}^4 b_{\nu} \varphi_{\nu}(R+l).$$

При этом среднеквадратическая ошибка прогнозирования

$$\sigma(R+l) = \sigma \sqrt{\frac{1}{Q} + \frac{\varphi_1^2(R+l)}{N_1} + \frac{\varphi_2^2(R+l)}{N_2} + \frac{\varphi_3^2(R+l)}{N_3} + \frac{\varphi_4^2(R+l)}{N_4}},$$

где  $\sigma$  – среднеквадратическая ошибка вычисленного в текущий момент значения показателя Харста  $H^*(t)$ .

Алгоритм прогнозирования состояния РФУ представляется очевидными операциями по компьютерной реализации формулы для  $H^*(R+l)$  при вычисленных выше координатных функциях, коэффициентах  $b_{\nu}$ ,  $\nu = 0, 1, 2, 3, 4$ , известных оценках  $H^*(t)$  от алгоритма идентификации,  $t = -R, \dots, R$ , и заданном  $l$ , а также формулы по вычислению среднеквадратической ошибки  $\sigma(R+l)$ .

## 5. Результаты проверки работоспособности алгоритма идентификации

Проверка работоспособности алгоритма выполнена на основе сравнения значений показателя Харста тест-сигнала на входе и выходе контролируемого устройства с весовой функцией инерционного звена

$$h(t) = \frac{c}{\lambda} \exp\{-t/\lambda\}$$

и передаточной функцией

$$K(j\omega) = \frac{c}{1 + j\omega\lambda},$$

где  $\lambda = 10^{-5}$  – постоянная времени,  $c$  – коэффициент усиления, а также на основе вычисления показателя чувствительности построенного правила обнаружения воздействия на устройство.

Входной тест-сигнал формируется программно реализованным алгоритмом в виде дискретных коррелированных приращений обобщенного броуновского движения по выражению [19, 25]

$$B_H(j) - B_H(j-1) = \frac{h^H}{\Gamma(H+0.5)} \times \\ \times \left\{ \sum_{i=1}^{hN} (i)^{H-\frac{1}{2}} \xi_{(1+h(N+j)-i)} + \sum_{i=1}^{h(N-1)} [(h+i)^{H-\frac{1}{2}} - (i)^{H-\frac{1}{2}}] \xi_{(1+h(N-1+j)-i)} \right\},$$

для  $H = 0.51, 0.65, 0.85$ .

В этом выражении  $j$  – целочисленные значения моментов времени на интервале длительности  $T$  генерируемого сигнала,  $j = 1, 2, \dots, N$  (здесь  $N$  обозначает конечный момент временного интервала),  $\Gamma(\cdot)$  – гамма-функция,  $h$  – число подынтервалов, на которое разбивается интервал  $T$  тест-сигнала для обеспечения коррелированности его приращений, принято  $h = 8$ . Реализации тест-сигнала генерируются

для  $T = 800\text{мкс}$ ; для такой длительности обеспечивается формирование сигнала со свойствами коррелированности приращений броуновского шума [19,25,26] и выполнение условия наблюдаемости [11,18]. База сигнала  $B = \frac{1}{\pi}T \cdot \Delta\omega$  определялась по уровню  $|K(j\omega)| = 0,5$ . При этом  $\Delta\omega = 1,7 \cdot 10^5$ , где  $\Delta\omega$  эффективная полоса частот.

Воздействие на контролируемое устройство имитируется возникновением в случайный равномерно распределенный момент времени на интервале  $T$  аддитивного по отношению к тест-сигналу и внутреннему гауссовому шуму узкополосного сигнала с различными амплитудами на частоте  $\omega = 12,5$  или  $\omega = 300$ ; значения амплитуд выбраны такими, чтобы воздействие маскировалось аддитивными броуновским и внутренним шумами.

Выход контролируемого устройства подается на вход созданного линейного согласованного с тест-сигналом фильтра (при этом коэффициент усиления устройства принят равным единице), максимум функции правдоподобия отыскивается на множестве  $(0,5, 1]$  при его дискретизации на 500 равных подынтервалов ( $n = 500$ ).

В результате установлено, что

- при воздействии узкополосной низкочастотной помехи значение оценки показателя  $H$  фрактального сигнала увеличивается по сравнению с истинным значением, так как усиливаются его низкочастотные составляющие, при повышении же частоты помехового возмущения значение оценки показателя  $H$  уменьшается из-за усиления высокочастотных компонент сигнала; конкретные данные приведены в таблице:

|              |  |                |                |
|--------------|--|----------------|----------------|
|              | Частота узкополосного нефлуктуирующего воздействия $\omega=12,5$ |                |                |
|              | Истинное значение $H=0,51, 0,65, 0,85$                           |                |                |
|              | $H=0,51$   | $H=0,65$       | $H=0,85$       |
| Амплитуда    | $H^*$ - оценка   | $H^*$ - оценка | $H^*$ - оценка |
| 0.30-0.350   | 0.522  | 0.692          | 0.924          |
| 0.675        | 0.523  | 0.693          | 0.926          |
| 1.000        | 0.524  | 0.694          | 0.927          |
|              | Частота узкополосного нефлуктуирующего воздействия $\omega=300$  |                |                |
|              | Истинное значение $H=0,51, 0,65, 0,85$                           |                |                |
|              | $H=0,51$   | $H=0,65$       | $H=0,85$       |
| Амплитуда    | $H^*$ - оценка   | $H^*$ - оценка | $H^*$ - оценка |
| 0.30 - 0,350 | 0.493  | 0.659          | 0.914          |
| 0,675        | 0.474  | 0.635          | 0.914          |
| 1,000        | 0.472  | 0.628          | 0.907          |

- увеличение амплитуды узкополосной низкочастотной помехи-воздействия обуславливает тенденцию повышения значения оценки  $H^*$  показателя  $H$ , эта тенденция ослабевает при повышении частоты;

- максимальная отклонение  $\delta H$  оценки  $H^*$  составляет (7-8)% от истинного значения  $H$ ; при этом длительность сигнала  $T$ , определяющаяся по формуле  $\sqrt{T} = 2/\delta H$  из теории несмещенных равномерно наиболее мощных доверительных областей [21], может быть установлена из диапазона 625 – 900мкс (при проведе-

нии вычислительного эксперимента длительность сигнала была принята равной 800мкс из требований обеспечения коррелированности приращений фрактального броуновского шума [19,25,26] и выполнения условия наблюдаемости [11,18]);

- чувствительность алгоритма, выраженная отношением минимальной интенсивности возмущения к интенсивности аддитивной смеси тест-сигнала и внутреннего шума контролируемого устройства, составляет -12дБ, -10дБ, то есть узкополосное помеховое воздействие приводит к изменению параметра  $H$  тест-сигнала при отношении его интенсивности к среднеквадратическому значению шума устройства не менее 0.3;

- на выходе согласованного фильтра отношение мощность сигнала/мощность шума, полученное в эксперименте, составляет величину не менее 3 (или 10 дБ), а по утверждению теории [20,27] оно должно составлять величину

$$201g\sqrt{B} \approx 16\text{дБ};$$

полученный экспериментальный результат, в принципе, не противоречит теоретическому;

- фрактальный тест-сигнал с  $H > 0.5$  имеет спектр во всей полосе частот контролируемого устройства.

## 6. Заключение

Сущность компьютерной технологии идентификации и прогнозирования состояния РФУ заключается в

- алгоритмическом формировании и подаче на вход РФУ фрактального броуновского коррелированного шума как специального тест-сигнала, заданной длительности,
- оценке параметра сигнала – параметра автомодельности Харста по выборке измерений на выходе РФУ,
- проверке оцененного показателя Харста на соответствие заданным требованиям с последующим принятием решения о текущем состоянии РФУ и
- вычислении прогнозного значения показателя Харста (и прогнозного состояния РФУ) на заданный момент времени.

Метод оценки показателя Харста обладает высокой чувствительностью к воздействиям на РФУ внутренних и внешних случайных возмущений в виде узкополосных или широкополосных помех.

Поэтому объективно возникает возможность решать задачи идентификации и прогнозирования состояния РФУ при подаче на его вход слабого фрактального шумового тест-сигнала со спектром, накрывающим полосу частот РФУ. При прохождении такого сигнала через РФУ его реальная работа не нарушается. Известные методы компьютерного контроля текущего состояния РФУ [1,4,6,7,16,17] с применением других тест-сигналов в таких условиях решения задачи идентификации и прогнозирования оказываются неэффективными.

Предложенный метод может быть распространен на условия компьютерного решения задач контроля РФУ телевизионного типа, то есть по двумерному тест-сигналу. Задача технической реализации тест-сигнала может быть решена так же, как это предложено в [13] для реализации оптимального тест-сигнала при идентификации телевизионного канала.

### Список литературы

- [1] Саврасов Ю.С. Алгоритмы и программы в радиолокации. М.: Радио и связь, 1985.
- [2] Справочник по радиолокации/ Под ред. М.Сколника. Т.4. М.: Советское радио, 1978.
- [3] Кузьмин И.В. Оценка эффективности и оптимизации автоматических систем контроля и управления. М.: Советское радио, 1971.
- [4] Бессонов А.А., Загашвили Ю.В., Маркелов А.С. Методы и средства идентификации динамических объектов. Л-д: Энергоатомиздат, 1989.
- [5] Буков В.И., Максименко И.М. Достаточность функционального контроля. // ДАН, т.353, № 2, 1997, с. 170-172.
- [6] Кудинов А.Н., Катулев А.Н., Малевинский М.Ф. Математические методы оценки показателей безопасности состояния динамических систем. М.: МГУ им. М.В.Ломоносова, 2005.
- [7] Гришин Ю.П., Казаринов Ю.М. Динамические системы, устойчивые к отказам. М.: Радио и связь, 1985.
- [8] Волик Б.Г. О концепции техногенной безопасности. // Автоматика и телемеханика, №2, 1998, с.165-170.
- [9] Есипов Ю.В. Концепция возможностей оценки риска техногенных систем. // Автоматика и телемеханика, №7, 2003, с.5-12.
- [10] Виленчик Л.С., Катулев А.Н., Михно В.Н. Метод классификации помех при контроле ТВ канала. // Радиотехника, № 11, 1994, с.8-11.
- [11] Виленчик Л.С., Катулев А.Н., Михно В.Н., Михно Г.А. Алгоритмические измерения в телевидении и радиовещании. М.: Радио и связь, 1995.
- [12] Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991.
- [13] Виленчик Л.С., Катулев А.Н., Малевинский М.Ф. Идентификация ТВ канала: новые методы и алгоритмы. М.: Радио и связь, 1993.
- [14] Абрамов О.В., Розенбаум А.Н. Прогнозирование состояния технических систем. М.: Наука, 1990.
- [15] Лившиц К.М., Терпугов А.Ф. О выборе сигналов для идентификации линейных систем по методу наименьших квадратов// Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, №5, 1974.

- [16] Гришин В.И., Дятлов В.А., Милов Л.Т. Модели, алгоритмы и устройства идентификации сложных систем. Л-д: Энергоатомиздат, 1985.
- [17] Круг Г.К., Ю.А. Сосулин Ю.Г., Фатуев В.А. Планирование экспериментов в задачах идентификации и экстраполяции. М.: Наука, 1977.
- [18] Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972.
- [19] Потапов А.Л. Фракталы в радиофизике и радиолокации. М.: Логос, 2002.
- [20] Свистов В.М. Радиолокационные сигналы и их обработка. М.: Советское радио, 1977.
- [21] Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применение. М.: Наука, 1976.
- [22] Кокс Д., Хинкли Д. Математическая статистика. М.: Мир, 1978.
- [23] Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. Т.2. М.: Советское радио, 1962.
- [24] Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: ФМЛ, 1962.
- [25] Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991.
- [26] Петухов А.П. Введение в теорию базисов всплесков. СПб: СПбГТУ, 1999.
- [27] Гоноровский И.С., Демин М.П. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1994.